



**زیربرنامه:**

Baldwin\_Lomax

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| مجید کلی |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور، مجید کلی | |
| **تاریخ تنظیم سند** |  | |
| **تاییدکنندگان** |  | |
| **شناسه سند** | **MC2F066F1** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90** | |

1. وظایف

در این زیربرنامه لزجت توربولانسی با استفاده از مدل جبری بالدوین لومکس محاسبه می شوند.

1. توضیحات و تئوری

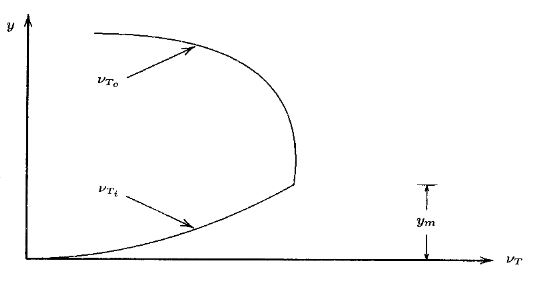
مدل بلدوین لومکس[[1]](#footnote-1) یک مدل صفر معادله ای (جبری) دولایه ای است که ویسکوزیته ادی را بصورت تابعی از پروفیل سرعت لایه مرزی محلی می دهد. این مدل برای تحلیل دینامیک سیالات محاسباتی جریانهای لایه مرزی آشفته به کار می رود و برای جریانهای سرعت بالا با لایه مرزی چسبیده نازک، مناسب می باشد. کاربردهای کلی این مدل عبارتست از: هوافضا و کاربردهای توربوماشین.

این مدل، یک مدل رینولدز پایین است و به همین دلیل به یک شبکه حل نسبتا خوب نزدیک دیواره ها، حدود y+ های کوچکتر از یک، دارد. این مدل در تعداد تکرار حل و طراحی سریع، مشهور است و به ندرت دچار مشکل همگرایی می شود و به ندرت نتایج غیر فیزیکی می دهد. مدل B-L باید با دقت زیادی در مورد جریانهای دارای جدایی استفاده شود. محققان زیادی نشان داده اند که مدل B-L جدایی جریان را به خوبی مدل نمی کند و برای این جریان ها مناسب نمی باشد. مدل B-L برای مواقعی که تعیین خواص لایه مرزی مثل δ، ، ، مشکل است، مورد استفاده قرار می گیرد. ]2، 3[ این شرایط عموما در شبیه سازی جریان های جدا شده و مخصوصا برای جریان های همراه با شوک، می تواند مطرح باشد.

مدل B-L هم یک مدل دولایه ای می باشد. منظور از دو لایه ای بودن این است که ویسکوزیته ادی به صورت مجزا در دو لایه داده شده است. بر طبق فاصله از نزدیکترین مرز جامد، y، ویسکوزیته ادی بصورت زیر تعریف می شود: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که کوچکترین مقدار y می باشد وقتی که باشد، که ، مقدار ویسکوزیته ادی در لایه خارجی و ، مقدار ویسکوزیته ادی در لایه داخلی می باشد. ]1-3[



1. ویسکوزیته ادی

مقدار و بصورت زیر داده شده است:

لایه داخلی: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

که در آن: ]1 [

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

و k ثابت ون کارمن می باشد که مقدار آن برابر 0.41 است. ، مقدار سرعت اصطکاکی می باشد. ]1-3[

لایه خارجی: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
|  |  |
|  |  |

مقدار y در جایی که │ω│ دارای ماکزیمم مقدار خود باشد را با نمایش می دهند. ]1-3[

مقدار ضرایب بکار رفته در مدل B-L به صورت زیر داده شده است: ]1 [

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در بعضی مراجع  در نظر گرفته شده است. ]2، 3[

تابع که یکی از اصلاحات انجام شده توسط Corrsin and Kistler (1954) and Klebanoff (1954) بر مدل طول مخلوط است، بصورت زیر تعریف می شود: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در اینجا ، جایگزین δ شده است. ]1-3[

ω مقدار بردار ورتیسیته می باشد که در حالت سه بعدی به صورت زیر تعریف می شود: ]1-3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و در حالت دوبعدی این معادله بصورت زیر ساده می شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

ماکزیمم سرعت در لبه لایه مرزی می باشد. ]2[ برای لایه های برشی ازاد برابر است با اختلاف ماکزیمم سرعت در لایه مرزی با مقدار سرعت در جایی که y= می باشد و به طور عمومی بصورت زیر تعریف می شود: ]3[

|  |  |
| --- | --- |
| 1. () |  |

در مرجع ]1 [ مقدار بصورت زیر تعریف شده است:

|  |  |
| --- | --- |
| (13)  (ب) |  |

همچنین در تعیین و مقیاس طولی مناسب، دو حالت، بصورت زیر داریم: ]2، 3[

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

در این مدل توربولانسی لازم است تا مقدار مشتق مرتبه اول محاسبه شود که برای محاسبه آن از قضیه گرین استفاده می شود. بنابراین خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

در مدل B-L، مدل کردن اثرات انتقال از آرام به توربولانس را می توان با صفر قرار دادن ویسکوزیته توربولانسی در پروفایل هایی که ویسکوزیته توربولانسی ماکزیمم محاسبه شده، کمتر از یک مقدار مشخص باشد، مدل کرد. بدین صورت که:



که  در مسایل مختلف متفاوت می باشد.

* 1. بی بعد سازی معادلات

در این قسمت تعدادی از پارامترها و فرمولهای لازم بی بعد سازی می شوند. در حل های عددی بی بعدسازی باعث می شود که بخش های مختلف معادلات هم مرتبه شده و خطاهای گرد کردن کاهش پیدا می کند. برای بی بعد سازی از پارامترهای مختلف استفاده می شود که در این پژوهش از پارامترهای زیر جهت بی بعدسازی استفاده شده است:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در این روابط اندیس \* بیانگر پارامترهای بعددار است و اندیس  بیانگر کمیت های جریان آزاد می باشد و c، سرعت صوت را نشان می دهد.

در این زیربرنامه معادلات‏(2)، ‏(4)، و ‏(6) نیاز به بی بعد سازی دارند. برای معادله ‏(2) خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

برای معادله ‏(4) می توان نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و برای معادله ‏(6) داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

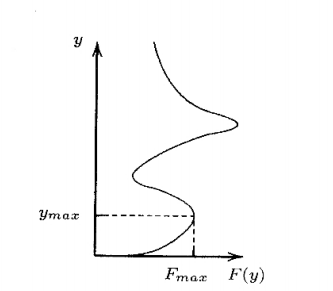
بنابراین معادلات ‏(2)، ‏(4)، و ‏(6) به ترتیب به معادلات بی بعد شده ‏(19)، ‏(20) و ‏(21) تبدیل می شوند. در این معادلات Re، همان عدد رینولدز و M، عدد ماخ می باشند.

* 1. اشکالات مدل بالدوین لومکس

در این قسمت به بررسی مشکلات مدل بالدوین لومکس خواهیم پرداخت. به طور کلی این روش سه مشکل عمده دارد.

اولین اشکال در معادلات ویسکوزیته می باشد. از آنجا که معادله ویسکوزیته داخلی برحسب  و خود  برحسب  می باشد، در نتیجه ویسکوزیته داخلی برحسب  می باشد و با توجه به اینکه  در ناحیه دنباله[[2]](#footnote-2) هیچ معنایی ندارد بنابراین، مدل بلدوین لومکس دنباله را بخوبی پیش بینی نمی کند.

همچنین در بعضی مسائل تابع F(y) می تواند چند ماکزیمم نسبی به جای یک ماکزیمم نسبی داشته باشد ‏شکل (2). در اینصورت انتخاب  مناسب بسیار سخت می باشد که برای بدست آوردن نتایج درست باید این قسمت اصلاح شود. مقدار درست ، اولین ماکزیمم نسبی نسبت به دیواره می باشد. بدین صورت که مقدار F(y) را از نزدیکترین تا دورترین سلول به دیواره، به ترتیب محاسبه می کنیم. همانطور که در ‏شکل (2) می بینید مقدار F(y) در ابتدا با دور شدن از دیواره، زیاد می شود و سپس به نقطه ماکزیمم نسبی می رسد و بعد از آن شروع به کم شدن می کند. این نقطه ماکزیمم نسبی همان نقطه مورد نظر می باشد که برای محاسبه  انتخاب می شود. این قسمت از برنامه برای مسائل مختلف، باید به درستی اصلاح شود تا مقدار  بدرستی انتخاب شود، در غیر اینصورت نتایج برنامه غلط خواهند بود.



1. تابع F(y)

مشکل سوم مدل بلدوین لومکس انتخاب درست مقدار  می باشد. همانطور که قبلا بیان شد،  عبارتست از مقدار y در جاییکه مقادیر ویسکوزیته داخلی و خارجی با هم برابر شوند. اما وقتی وارد کدنویسی می شویم، ویسکوزیته داخلی و خارجی اعداد اعشاری با دوازده رقم اعشار خواهند بود که به هیچ عنوان بطور دقیق با هم برابر نخواهند شد. بنابراین برای محاسبه  باید مشابه  عمل کرد. بدین صورت که از نزدکترین سلول به دیواره شروع می کنیم و تا دورترین سلول به دیواره ادامه می دهیم و مقدار ویسکوزیته داخلی منهای ویسکوزیته خارجی را بدست می آوریم. اولین جایی که علامت ویسکوزیته داخلی منهای ویسکوزیته خارجی عوض شود (مثلا اگر مثبت بود، منفی شود و اگر منفی بود مثبت شود) را به عنوان  در نظر میگیریم.

* 1. پیاده سازی و الگوریتم برنامه

در این قسمت نحوه پیاده سازی برنامه و الگوریتم آن توضیح داده می شود. بطور کلی در این مسئله دو لایه داریم که باید برای هر لایه مقدار لزجت توربولانسی را بدست آوریم. برای لایه داخلی باید از رابطه ‏(19) لزجت توربولانسی را بدست آوریم. این رابطه دارای پارامترهایی است که باید از قبل مشخص شوند. بنابراین در ابتدا باید از روابط ‏(3) و ‏(12) مقادیر طول مخلوط و ورتیسیته را بدست آوریم و برای بدست آوردن طول مخلوط باید از روابط ‏(20) و ‏(5) نیز کمک بگیریم.

برای بدست آوردن لزجت لایه خارجی از رابطه ‏(21) استفاده میکنیم. پارامترهای نامشخص در این رابطه باید از قبل مشخص شوند. بنابراین با استفاده از روابط ‏(7)، ‏(8)، ‏(10) و ‏(13) پارامترهای لازم محاسبه می شود و سپس با استفاده از رابطه (21) مقدار لزجت توربولانسی برای لایه خارجی بدست می آید.

بعد از اینکه مقدار لزجت توربولانسی برای لایه داخلی و خارجی بدست آمد می توان با استفاده از رابطه ‏(1) و مقدار  ، مقدار لزجت توربولانسی برای هر سلول را بدست آورد. الگوریتم حل را بطور خلاصه و مفید می توان بصورت مراحل زیر نشان داد.

|  |
| --- |
| 1. محاسبه مشتقات مرتبه اول از روابط ‏(16) و ‏(17) |
| 1. محاسبه  از رابطه ‏(5) |
| 1. محاسبه  از رابطه ‏(20) |
| 1. محاسبه  از رابطه ‏(3) |
| 1. محاسبه  از رابطه ‏(12) |
| 1. محاسبه  از رابطه ‏(19) |
| 1. محاسبه ماکزیمم ، سرعت های ماکزیمم، مقدار  و مقدار سرعت ها در |
| 1. محاسبه  از رابطه ‏(8) |
| 1. محاسبه  از رابطه ‏(13)-(ب) |
| 1. محاسبه  از رابطه ‏(7) |
| 1. محاسبه  از رابطه ‏(10) |
| 1. محاسبه  از رابطه ‏(21) |
| 1. محاسبه  با توجه به داشتن  و |
| 1. محاسبه  برای هر سلول با استفاده از رابطه ‏(1) |

1. بخش­های زیربرنامه

در این قسمت تمام بخش های زیربرنامه مطابق با شماره گذاری موجود در برنامه کامپیوتری ارائه شده است.

1. مقداردهی اولیه به مقدار مشتق در هر کدام از سلول ها

مقدار مشتقات مرتبه اول مربوط به هرکدام از سلول ها برابر صفر قرار داده می شود.

1. محاسبه مشتقات سرعت

در این حلقه بخشی از روابط ‏(16) و ‏(17)، برای محاسبه مشتقات مرتبه اول برای برخی از اضلاع محاسبه می گردد و در پارامترهای محلی ذخیره می شود.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی

سلول اصلی ضلع مورد بررسی در یک پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه مولفه های سرعت در راستای محور مختصات

در این مرحله سرعت در جهت x و y، برای سلول های مورد نظر محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می شود.

1. محاسبه مشتقات سرعت

بخشی از فرمول های ‏(16) و ‏(17) برای اضلاع مورد نظر محاسبه می شود.

1. محاسبه مشتقات برای سایر اضلاع

در این قسمت بخشی از روابط ‏(16) و ‏(17)، برای محاسبه مقدار مشتق مرتبه اول برای اضلاع باقی مانده، محاسبه می شود و در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی

سلول اصلی و همسایه ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه سرعت و بخشی از فرمول های ‏(16) و ‏(17) برای سایر اضلاع

در این قسمت سرعت و بخشی از روابط ‏(16) و ‏(17)، برای محاسبه مقدار مشتق مرتبه اول برای اضلاع دیگر، محاسبه می شود.

1. محاسبه مشتقات مرتبه اول

در این قسمت مشتقات مرتبه اول با توجه به فرمول ‏(16) و ‏(17) بدست می آید و در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. تعیین مقادیر ثابت

در این قسمت مقدار عدد رینولدز تقسیم بر عدد ماخ (RM) و مقدار ثابت Ap تعریف می شود تا در ادامه استفاده شود.

1. محاسبه  ,  , برای هر پروفایل

در این قسمت مقادیر ,  , با توجه به روابط ‏(13)-(ب) و ‏(8) محاسبه می شود.

1. مقدار دهی اولیه به سرعت ماکزیمم و مینیمم و 

به پارامترهای مورد نظر، مقدار اولیه داده می شود تا در ادامه مقدار واقعی آنها محاسبه شود.

1. محاسبه برخی پارامترهای مورد نیاز

در این قسمت مقدار چگالی (Rw)، مقدار ویسکوزیته دیواره (Muw) و مقدار تنش برشی روی دیواره (TAUW) و مقدار سرعت اصطکاکی (ut) محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می گردد. سرعت اصطکاکی از رابطه زیر محاسبه می شود:



1. بررسی تمام سلولها برای پیدا کردن مقادیر  ,  , 

در این حلقه تمام سلولها بررسی می شوند تا مقادیر ماکزیمم مورد نظر برای هر پروفایل محاسبه شود.

1. فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره و 

فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره به سلول مورد بررسی، که قبلا در زیر برنامه Init محاسبه شده اند، در پارامترهای محلی ذخیره می گردد تا در مراحل بعدی از آنها استفاده شود. همچنین در این قسمت مقدار  با توجه به فرمول ‏(20) محاسبه و در پارامترمحلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه مقدار ورتیسیته و Fy

مقدار ورتیسیته با استفاده از فرمول ‏(12) محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد. همچنین مقدار Fy محاسبه می شود تا در ادامه به کمک آن، و  بدست آید.

1. محاسبه سرعت

در این قسمت سرعت کلی برای هر سلول محاسبه می شود تا مقادیر سرعت ماکزیمم و مینیمم برای هر پروفایل بدست آید.

1. محاسبه  , 

در مرحله 16 مقدار Fy محاسبه شد که در این قسمت، با توجه به فرمول ‏(8)، مقدار  محاسبه می شود و همانطور که قبلا گفتیم مقدار y در جایی که محاسبه میشود را  می نامیم که در این قسمت محاسبه می شود.

1. ذخیره مقادیر ,  ,  برای هر پروفایل

پس از بررسی تمام سلولها در هر پروفایل مقادیر سرعت ماکزیمم و مینیمم و و  محاسبه شد که در این قسمت در پارامترهای محلی ذخیره می شوند تا در ادامه از آنها استفاده شود. همانطور که در قسمت اشکالات مدل بلدوین لومکس گفته شد، انتخاب دقیق  مشکل می باشد. بنابراین  محاسبه شده در این قسمت برای مسائلی که چند ماکزیمم نسبی برای  خواهند داشت، درست نخواهد بود و باید در ادامه اصلاح شود.

1. اصلاح  و 

همانطور که قبلا هم توضیح داده شد در بعضی مسائل ممکن است تابع F(y) دارای چندین ماکزیمم نسبی باشد که در اینصورت انتخاب اولین ماکزیمم نسبی نزدیک دیواره، انتخاب درستی خواهد بود. بنابراین لازم است تا از نزدیکترین سلول به دیواره شروع به بررسی F(y) کنیم، در ابتدا مقدار F(y) افزایش می یابد تا به نقطه ماکزیمم نسبی می رسد و بعد از آن شروع به کم شدن می کند. این نقطه ماکزیمم نسبی به عنوان نقطه مورد نظر انتخاب می شود. پارامتر NNearstCell تعداد سلول های موجود در هر پروفایل را نشان می دهد و INearstCell به ترتیب از نزدیکترین سلول تا دورترین سلول به دیواره را برای هر پروفایل در خود ذخیره می کند. در این قسمت ما سه نقطه متوالی در هر پروفایل را در نظر میگیریم(I1, I2, I3) و هر نقطه ای که مقدار (Fy(i2) - Fy(i1)) \* (Fy(i3) - Fy(i2)) کوچکتر از صفر شود(منفی شود)، نقطه مورد نظر خواهد بود.

1. اصلاح  و 

همانطور که گفته شد انتخاب  مناسب در این مدل بسیار دشوار است. در بعضی مسائل ممکن است که همانطور که از دیواره دور می شویم و مقدار F(y) هم در حال افزایش است، در یک نقطه خاص و بصورت یک مقدار جزئی F(y) کاهش یابد و مقدار (Fy(i2) - Fy(i1)) \* (Fy(i3) - Fy(i2)) منفی شود، در این حالت این نقطه به عنوان نقطه مورد نظر انتخاب خواهد شد که غلط می باشد. اصلاحی که در اینجا صورت گرفته است تا از پیش آمدن این مشکل جلوگیری کند بدین صورت است که اگر تا چند سلول بعدی هم مقدار F(y) کمتر از نقطه انتخاب شده باشد، بنابراین نقطه مورد نظر به درستی انتخاب شده است و از حلقه خارج خواهیم شد، در غیر اینصورت نقطه انتخاب شده غلط است و برنامه به پیدا کردن نقطه درست ادامه می دهد.

1. محاسبه لزجت دینامیکی توربولانسی برای لایه داخلی و خارجی

با توجه به فرمول ‏(19) و ‏(21)، مقدار لزجت دینامیکی توربولانسی داخلی و خارجی محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره

فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره به سلول مورد بررسی، که قبلا در زیر برنامه Init محاسبه شده اند، در پارامترهای محلی ذخیره می گردد تا در مراحل بعدی از آنها استفاده شود.

1.  ,  ,  , برای هر پروفایل
2. این پارامترها قبلا محاسبه شد که در این قسمت مورد استفاده قرار می گیرد.
3. محاسبه طول مخلوط

با توجه به فرمول ‏(3) مقدار طول مخلوط محاسبه و ذخیره می گردد.

1. محاسبه مقدار ورتیسیته

مقدار ورتیسیته با استفاده از فرمول ‏(12) محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه لزجت دینامیکی توربولانسی برای لایه داخلی

با توجه به فرمول ‏(19) ، مقدار لزجت دینامیکی توربولانسی داخلی محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه 

در این قسمت با توجه به فرمول ‏(10) مقدار محاسبه می شود.

1. محاسبه  و لزجت دینامیکی توربولانسی برای لایه خارجی

مقدار  با توجه به فرمول ‏(7) و مقدار لزجت توربولانسی لایه خارجی با استفاده از فرمول ‏(21) محاسبه و ذخیره می گردد. توجه شود که اگر  برابر صفر شود مقدار  برابر صفر و در نتیجه ویسکوزیته لایه خارجی صفر خواهد شد. به همین دلیل از یک دستور شرطی استفاده شده است که اگر  برابر صفر شد در نتیجه ویسکوزیته خارجی هم صفر شود.

1. محاسبه  (ycross)

در این قسمت مقدار  یا ycross محاسبه می شود. همانطور که قبلا توضیح داده شد یکی دیگر از مشکلات مدل بالدوین لومکس انتخاب درست  می باشد که در این قسمت مطابق روشی که برای بدست آوردن  استفاده شد، استفاده می شود تا  بدرستی انتخاب شود.

1. محاسبه مقدار لزجت دینامیکی توربولانسی برای تمام سلول ها

در این قسمت لزجت توربولانسی با توجه به فرمول ‏(1) برای تمام سلولها محاسبه می شود.

1. فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره

فاصله عمودی و شماره نزدیکترین سلول دیواره به سلول مورد بررسی، که قبلا در زیر برنامه Init محاسبه شده اند، در پارامترهای محلی ذخیره می گردد تا در مراحل بعدی از آنها استفاده شود.

1. محاسبه مقدار لزجت دینامیکی توربولانسی برای تمام سلول ها

در این قسمت لزجت توربولانسی با توجه به فرمول ‏(1) برای تمام سلولها محاسبه می شود. اگر در لایه داخلی باشیم از لزجت دینامیکی داخلی و اگر در لایه خارجی باشیم از لزجت دینامیکی خارجی استفاده میکنیم.

1. مدل کردن اثرات انتقال از آرام به توربولانس

همانطور که قبلا توضیح داده شد در مدل B-L برای مدل کردن اثرات انتقال از آرام به توربولانس از دستور شرطی زیر استفاده می کنیم:



بنابراین نیاز است تا ابتدا مقدار لزجت توربولانسی ماکزیمم را در هر پروفایل بدست بیاوریم و اگر مقدار آن از  کوچکتر بود، مقدار لزجت توربولانسی را برای پروفایل مورد نظر برابر صفر در نظر میگیریم.

1. مقداردهی اولیه

همانطور که گفته شد نیاز است تا مقدار لزجت توربولانسی ماکزیمم برای هر پروفایل بدست آید بنابراین پارامتر MUT\_MAX تعریف می شود تا در ادامه مقدار ماکزیمم لزجت توربولانسی هر پروفایل در آن ذخیره شود.

1. محاسبه ماکزیمم لزجت توربولانسی برای هر پروفایل

مقدار لزجت توربولانسی ماکزیمم برای هر پروفایل محاسبه و در پارامتر محلی ذخیره می گردد.

1. مدل کردن اثرات انتقال از آرام به توربولانس

در این قسمت اگر مقدار لزجت توربولانسی ماکزیمم هر پروفایل کمتر از مقدار  باشد، مقدار لزجت توربولانسی برای پروفایل مورد نظر برابر صفر در نظر گرفته می شود.

1. مراجع

1. Baldwin, B. S., & Lomax, H. (1978). Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows (Vol. 257). American Institute of Aeronautics and Astronautics.

2. Celik, I. B. (1999). Introductory turbulence modeling. Western Virginia University.

3. Wilcox, D. C. (1998). Turbulence modeling for CFD (Vol. 2, pp. 103-217). La Canada, CA: DCW industries.

1. Baldwin & lomax (B-L) [↑](#footnote-ref-1)
2. Wake [↑](#footnote-ref-2)